www.g-alm.ir

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : **جبر و احتمال**	رشته : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع : **۸ صبح**	مدت امتحان : **۱۳۵ دقیقه**
نام و نام خانوادگی:	**سال سوم آموزش متوسطه**	تاریخ امتحان: **۱۳۹۶/۰۳/۰۴**	تعداد صفحه : **۲**
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت **خرداد ماه** سال **۱۳۹۶**			مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.

ردیف	سؤالات	نمره
۱	جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید: الف) عبارت "مربع هر عدد گنگ، عددی گویا است." نادرست است و مثال نقض آن عدد ..... می باشد. ب) فضای نمونه ای S را پیشامد ..... و تهی را پیشامد ..... می نامیم.	۱/۵
۲	با استفاده از اصل استقرا، برای هر عدد طبیعی n ثابت کنید: $۱\times۲+۲\times۳+۳\times۴+\cdots+n(n+۱)=\frac{n(n+۱)(n+۲)}{۳}$	۱/۵
۳	با استفاده از برهان خلف ثابت کنید $\sqrt{۵}$ عددی گنگ است.	۱
۴	پنج نقطه داخل مربعی به ضلع ۴ واحد مفروض‌اند. ثابت کنید حداقل فاصله دو نقطه از این پنج نقطه کمتر از $۲\sqrt{۲}$ است.	۱
۵	به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید اگر $A\subseteq B$ آنگاه $B'\subseteq A'$ است.	۱
۶	مجموعه های $A=\{۲^k \mid k\in Z,\ |k|\le ۱\}$ و $B=\{۰ ,۱\}$ را در نظر بگیرید. الف) مجموعه A را با نوشتن عضوها مشخص کنید و سپس اعضای $A\times B$ را بنویسید. ب) اعضای رابطه $x\,R\,y\Leftrightarrow x+y<۲$ را بر روی مجموعه B به صورت مجموعه ای از زوجهای مرتب بنویسید.	۱/۵
۷	رابطه R روی $\mathbb{R}^۲$ به صورت زیر تعریف شده است : $(x,y)R(z,t)\Leftrightarrow xy=zt$ الف) ثابت کنید R یک رابطه هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(-۲,۱)]$ را مشخص کنید.	۱/۵
۸	فرض کنید A و B و C سه پیشامد باشند. برای هر کدام از پیشامدهای زیر یک عبارت مجموعه ای بنویسید. الف) پیشامد A یا B یا C اتفاق بیفتد. ب)فقط پیشامد A اتفاق بیفتد.	۱
۹	از بین اعداد طبیعی کوچکتر از ۱۰ یک عدد به تصادف انتخاب می کنیم. مشخص کنید : الف) پیشامد A که در آن عدد انتخابی اول یا مضرب ۳ باشد. ب)پیشامد B که در آن عدد انتخابی اول و مضرب ۳ باشد. ج) پیشامد $A'\cap B$	۲
۱۰	از بین ۱۵ دانش آموز قراراست به طور تصادفی ۵ نفر برای انجمن انتخاب شوند. اگر ۷ نفر از این دانش آموزان در سال اول و ۸ نفر دیگر در سال دوم مشغول به تحصیل باشند، مطلوب است احتمال آنکه هر ۵ نفر هم کلاس باشند.	۱/۵
۱۱	تاس سالمی را ۶ بار می ریزیم احتمال آنکه حداکثر یک بار برآمد تاس، یک عدد فرد باشد چقدر است؟	۱

« ادامهٔسوالات در صفحهٔ دوم »

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : **جبر و احتمال**	رشته : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع : **۸ صبح**	مدت امتحان : **۱۳۵ دقیقه**
نام و نام خانوادگی:	**سال سوم آموزش متوسطه**	تاریخ امتحان: **۱۳۹۶/۰۳/۰۴**	تعداد صفحه : **۲**
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت **خرداد ماه** سال **۱۳۹۶**		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.

ردیف	سؤالات	نمره
۱۲	اگر یک عدد ۴ رقمی (بدون تکرار ارقام) کمتر از ۵۰۰۰ به صورت تصادفی با ارقام ۵،۷،۳،۱ و ۹ به وجود آید، احتمال آن که عدد ساخته شده بر ۵ بخش پذیر باشد را بیابید.	۱/۵
۱۳	اگر $S=\{a,b,c,d\}$ فضای نمونه ای یک تجربه ی تصادفی و $p(a)=\frac{۱}{۳}$ و $p(\{a,b\})=\frac{۱}{۲}$ و $p(\{a,c\})=\frac{۲}{۳}$ باشد آنگاه $p(d)$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۴	دو عدد حقیقی به طور تصادفی بین ۰ و ۲ انتخاب می شوند. احتمال اینکه مجموع دو عدد بیشتر از یک باشد را به دست آورید.	۱/۵
۱۵	ثابت کنید برای دو پیشامد دلخواه **A** و **B** داریم: $P(A' \cap B') = ۱ - P(A) - P(B) + P(A \cap B)$	۱
	« موفق باشید » جمع نمره	۲۰

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : **جبر و احتمال**	رشتهٔ : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع : **۸ صبح**
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : **۱۳۹۶/۰۳/۰۴**
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت **خرداد ماه** سال **۱۳۹۶**		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) ارائه مثال نقض مانند: $\sqrt{۳}+۱$ (۰/۵ نمره) صفحه ۲۵ ب) حتمی (قطعی)- نشدنی (هر مورد ۰/۵ نمره) صفحه ۸۰	۱/۵
۲	صفحه ۱۲ مقدمه استقرا $n=۱ \Rightarrow ۱\times۲\overset{?}{=}\frac{۱(۱+۱)(۱+۲)}{۳} \Rightarrow ۲=۲$ (۰/۲۵) فرض استقرا $n=k \Rightarrow ۱\times۲+۲\times۳+\cdots+k\times(k+۱)=\frac{k(k+۱)(k+۲)}{۳}$ (۰/۲۵) حکم استقرا $n=k+۱ \Rightarrow ۱\times۲+۲\times۳+\cdots+k\times(k+۱)+(k+۱)\times(k+۲)=\frac{(k+۱)(k+۲)(k+۳)}{۳}$ (۰/۲۵) $۱\times۲+۲\times۳+\cdots+k\times(k+۱)+(k+۱)\times(k+۲)=\underbrace{\frac{k(k+۱)(k+۲)}{۳}+(k+۱)\times(k+۲)}_{(۰/۲۵)}=$ $\underbrace{\frac{k(k+۱)(k+۲)+۳(k+۱)\times(k+۲)}{۳}}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{\frac{(k+۱)(k+۲)(k+۳)}{۳}}_{(۰/۲۵)}$	۱/۵
۳	**فرض خلف: فرض کنیم $\sqrt{۵}$ عددی گویا باشد. صفحه ۲۸** $\sqrt{۵}=\frac{a}{b}$, $(a,b)=۱$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a^۲=۵b^۲ \Rightarrow a=۵k$ (۰/۲۵) $۲۵k^۲=۵b^۲ \Rightarrow b^۲=۵k^۲ \Rightarrow b=۵k'$ (۰/۲۵) **a وb مضرب ۵ است پس به تناقض رسیدیم چون $(a,b)\neq ۱$** (۰/۲۵)	۱
۴	**۵ نقطه : ۵ کبوتر** **۴ مربع کوچک به ضلع ۲ واحد : ۴ لانه ۵>۴** (۰/۲۵) **ابتدا سطح مربع را به ۴ مربع مساوی به ضلع ۲ واحد تقسیم می کنیم (مطابق شکل روبرو)** **بنابر اصل لانه‌ی کبوتری و روابط بالا حداقل دو نقطه درون یکی از مربع های کوچک واقع می شوند. داریم:** (رسم شکل ۰/۲۵) **(۰/۲۵)** $CD^۲=۲^۲+۲^۲=۸ \rightarrow CD=۲\sqrt{۲}$ **می دانیم فاصله دو نقطه درون مربع از قطر مربع کوچکتر است در نتیجه $AB<CD$.** (۰/۲۵) ص۲۹	۱
۵	تمرین صفحه ۵۵ $A\subseteq B \Rightarrow (A\cup B)=B$ (۰/۲۵) $\Rightarrow A'\cap B'=B'$ (۰/۲۵) $\Rightarrow B'\subseteq A'$ (۰/۵)	۱

ادامه در صفحهٔ دوم

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : **جبر و احتمال**	رشتهٔ : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع : **۸ صبح**
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: **۱۳۹۶/۰۳/۰۴**
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت **خرداد ماه** سال **۱۳۹۶**		مرکز سنجش آموزش و پرورش **http://aee.medu.ir**

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۶	تمرین صفحه ۶۴ $A=\{\frac{۱}{۲},۱,۲\}$ (۰/۲۵) $A\times B=\{(\frac{۱}{۲},۰),(\frac{۱}{۲},۱),(۱,۰),(۱,۱),(۲,۰),(۲,۱)\}$ (۰/۵) $R=\{(۰,۰),(۰,۱),(۱,۰)\}$ (۰/۷۵)	۱/۵
۷	صفحه ۶۸ الف) خاصیت بازتابی دارد چون (۰/۲۵) $(x,y)R(x,y)\Leftrightarrow xy=xy$ خاصیت تقارنی دارد چون (۰/۲۵) $(x,y)R(z,t)\Rightarrow xy=zt\Leftrightarrow zt=xy\Leftrightarrow (z,t)R(x,y)$ خاصیت ترایابی یا تعدی دارد چون (۰/۲۵) $\begin{cases}(x,y)R(z,t)\Leftrightarrow xy=zt\\(z,t)R(m,n)\Leftrightarrow zt=mn\end{cases}\Leftrightarrow xy=mn\Leftrightarrow (x,y)R(m,n)$ در نتیجه یک رابطه‌ی هم ارزی است (۰/۲۵) ب) (۰/۲۵) $[(-۲,۱)]=\{(x,y)\in\mathbb{R}^۲ \mid (x,y)R(-۲,۱)\}$ $xy=-۲$ (۰/۲۵)	۱/۵
۸	صفحه ۸۰ الف) $A\cup B\cup C$ (۰/۵) ب) $A-(B\cup C)$ (۰/۵)	۱
۹	الف) هر دو عضو (۰/۲۵) $A=\{۲,۳,۵,۶,۷,۹\}$ ب) (۰/۲۵) $B=\{۳\}$ صفحه۸۱ ج) (۰/۷۵) $A'\cap B=\underbrace{\{۱,۴,۸\}}_{(۰/۷۵)}\cap\{۳\}=\underbrace{\{\}}_{(۰/۲۵)}$	۲

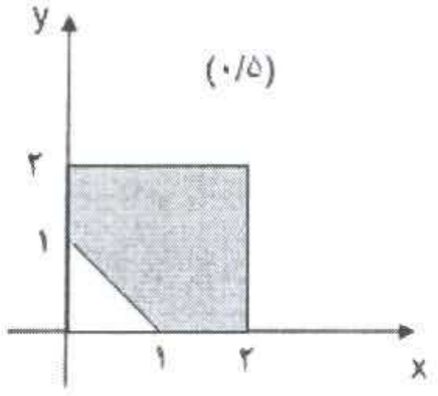
ادامه در صفحهٔ سوم

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : **جبر و احتمال**	رشتهٔ : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع : **۸ صبح**
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: **۱۳۹۶/۰۳/۰۴**
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت **خرداد ماه** سال **۱۳۹۶**		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۰	مثال صفحه ۸۶ $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{۷}{۵}(۰/۲۵)\underset{(۰/۵)}{+}\binom{۸}{۵}(۰/۲۵)}{\binom{۱۵}{۵}(۰/۵)}$	۱/۵
۱۱	صفحه ۹۰ $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}(۰/۲۵)=\frac{\binom{۶}{۱}}{۲^۶}(۰/۲۵)\underset{(۰/۲۵)}{+}\frac{\binom{۶}{۰}}{۲^۶}(۰/۲۵)$	۱
۱۲	تمرین صفحه ۹۱ $n(S)=۲\times۴\times۳\times۲\ \ (۰/۵)\ ,\ n(A)=۲\times۳\times۲\times۱\ \ (۰/۵)\ \Rightarrow\ P(A)=\frac{۱۲}{۴۸}\ (۰/۵)=\frac{۱}{۴}$	۱/۵
۱۳	مثال صفحه ۹۹ $p(\{a,c\})=\frac{۲}{۳}\Rightarrow p(a)+p(c)=\frac{۲}{۳}\Rightarrow\frac{۱}{۳}+p(c)=\frac{۲}{۳}\Rightarrow p(c)=\frac{۱}{۳}$ (۰/۲۵) $p(\{a,b\})=\frac{۱}{۲}\Rightarrow p(a)+p(b)=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\frac{۱}{۳}+p(b)=\frac{۱}{۲}\Rightarrow p(b)=\frac{۱}{۶}$ (۰/۲۵) $p(a)\ \underset{(۰/۵)}{+}\ p(b)+p(c)+p(d)=۱\Rightarrow p(d)=۱-(\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۳})\Rightarrow p(d)=\frac{۱}{۶}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱/۵
۱۴	 (۰/۵) $a_S=۲\times۲=۴\ \ (۰/۲۵)$ $a_A=۴-(\frac{۱\times۱}{۲})=\frac{۷}{۲}\ \ (۰/۵)$ تمرین صفحه ۱۰۸ $P(A)=\frac{a_A}{a_S}=\frac{\frac{۷}{۲}}{۴}=\frac{۷}{۸}\ \ (۰/۲۵)$	۱/۵
۱۵	$P(A'\cap B')=P(A\cup B)'=۱-P(A\cup B)\ \ (۰/۵)=۱-[P(A)+P(B)-P(A\cap B)]$ $=۱-P(A)-P(B)+P(A\cap B)\ \ (۰/۵)$ تمرین صفحه ۱۱۹	۱
	« موفق باشید » جمع نمره	۲۰

مصححین گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر هم به تناسب نمره منظور فرمایید.

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir